Principes du réseau zôné de Fresnel

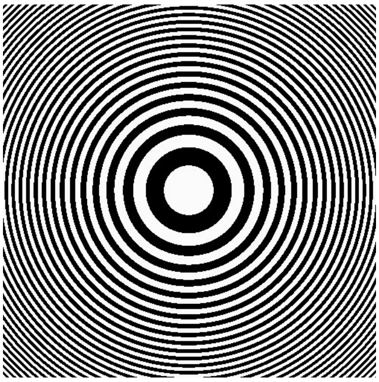
Réseau zôné à transmission sinusoïdale :

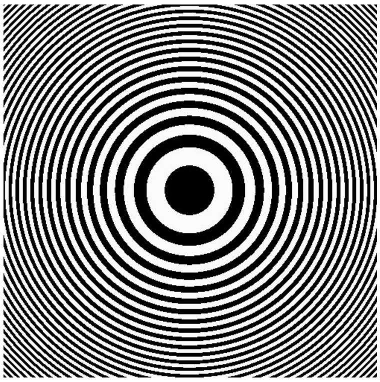
$$T_{\text{sinus}} = \frac{1}{2}\left(1 + \cos\left(2\pi\left(\frac{r^2}{r_1^2}\right) + \phi\right)\right)$$

Réseau zôné à transmission binaire :

$$T_{\text{binaire}} = 0 \text{ si } T_{\text{sinus}} < \frac{1}{2} \quad T_{\text{binaire}} = 1 \text{ si } T_{\text{sinus}} > \frac{1}{2}$$

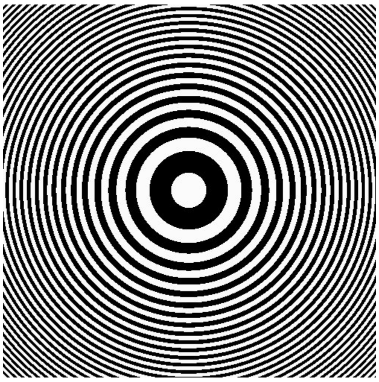
φ = 0´

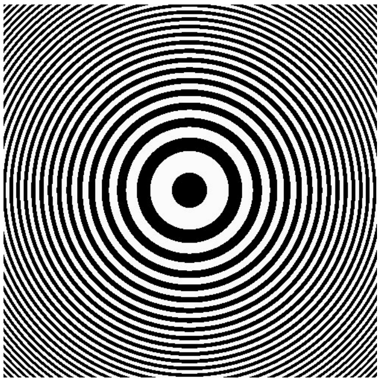




φ =180´

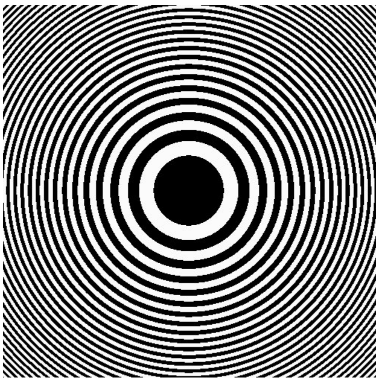
φ = 45´

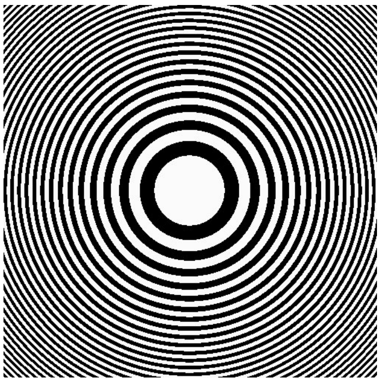




φ =225´

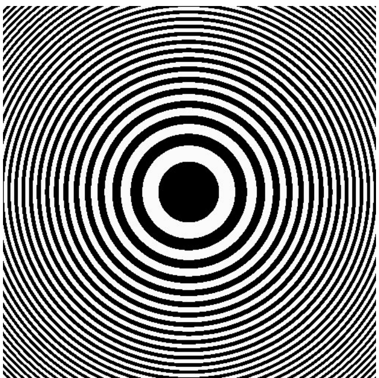
φ = 90´

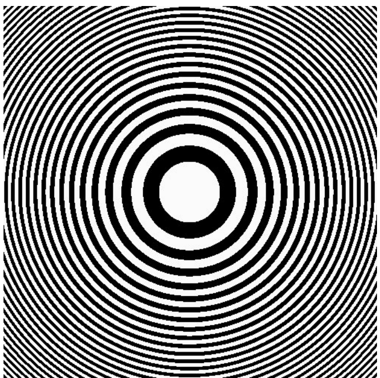




φ =270´

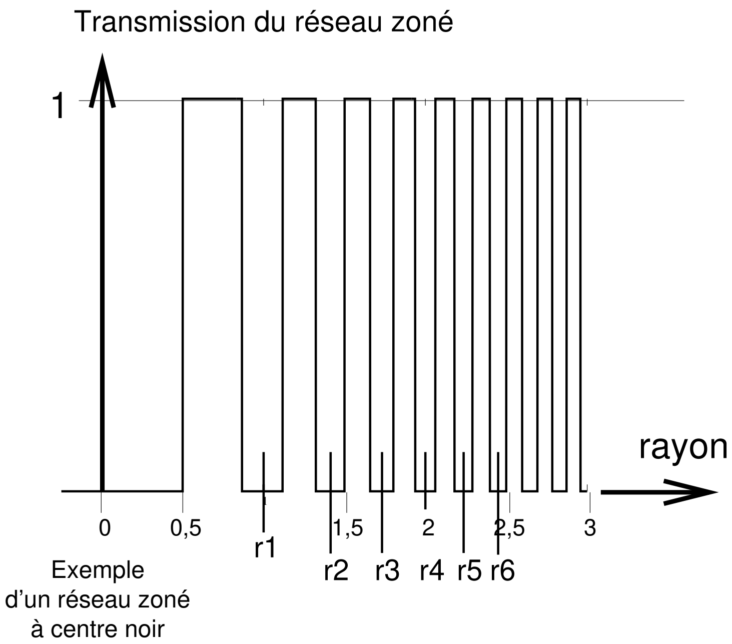
φ =135´





φ =315´

Principes du réseau zôné de Fresnel

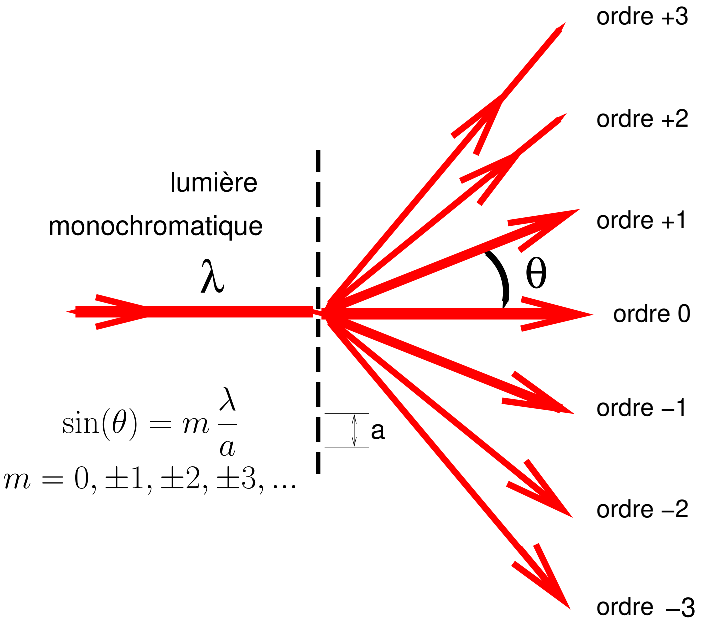


$$r_n = r_1 \sqrt{n}$$

$$\text{focale} = \frac{r_1^2}{2\lambda}\ ;\ r_1 = \sqrt{2\lambda f}$$

λ = pour le visible, de 0,4 à 0,7 microns : prendre entre 0,5 et 0,6 microns.
Par exemple : si on veut une focale de 300 mm à λ = 0,55μm,
prendre r_1 = 0,57 mm ; $2r_1$ = 1,14 mm.
Pour une focale de 100 mm, prendre r_1 = 0,33 mm ; $2r_1$ = 0,66 mm.

Différents ordres de diffraction d'un réseau

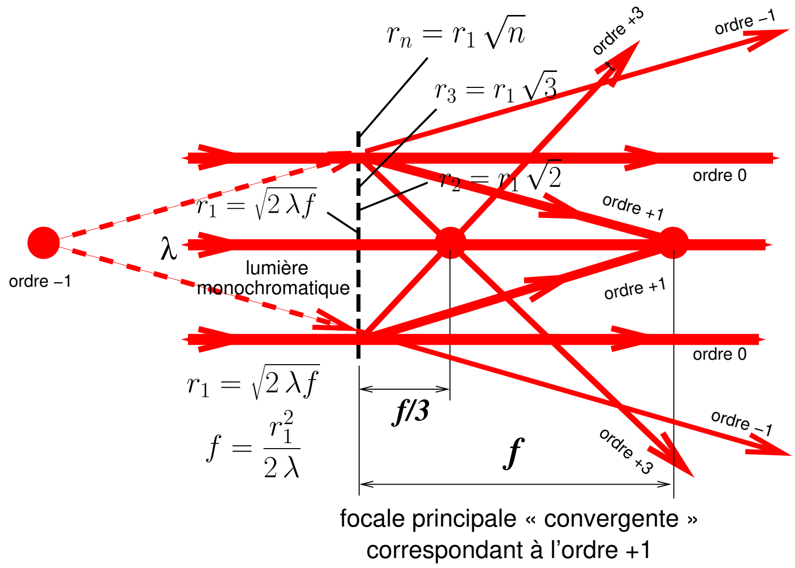


Cas d'un réseau traditionnel à stries rectilignes

Si on éclaire un réseau de diffraction à stries rectilignes, de période a, avec un fin pinceau de lumière parallèle monochromatique de longueur d'onde λ, après traversée du réseau on récupère différents rayons dans des directions d'angle θ_m (angles de diffraction mesuré par rapport à la direction du faisceau incident) données par la formule fondamentale des réseaux :

$$\sin(\theta_m) = m\,\frac{\lambda}{a}$$

où m est un nombre entier, **l'ordre de diffraction**, qui vaut $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$.



Cas d'un réseau zôné de Fresnel

Si on éclaire un réseau zôné de Fresnel avec un faisceau parallèle large, après traversée du réseau, la diffraction transforme ce faisceau parallèle large en une superposition de faisceau convergents et divergents.

Le faisceau convergent qui nous intéresse pour faire de l'imagerie est celui qui converge à une distance $f = \dfrac{r_1^2}{2\,\lambda}$ derrière le réseau ; c'est comme si on avait une lentille mince convergente de focale f. Cette focalisation correspond à l'ordre +1 de diffraction du réseau zôné.

Malheureusement, alors que dans le réseau à stries rectilignes les différents faisceaux diffractés se séparent et se propagent dans différentes directions, dans le réseau zôné, les différents faisceaux diffractés se mélangent. Tout d'abord au faisceau qui converge à la distance $+f$, il faut superposer le faisceau transmis directement qui correspond à l'ordre 0. Puis il faut ajouter ce qui correspond à l'ordre -1, c'est à dire un faisceau divergent qui semble provenir d'une distance $-f$, d'un point source situé en avant du réseau. C'est comme si on avait une lentille divergente de focale négative égale à -f.

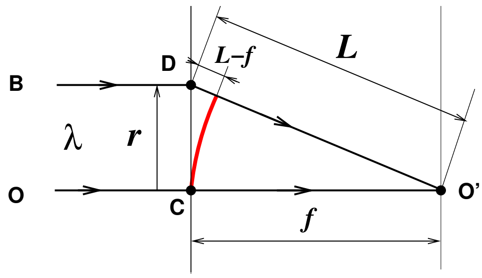
On peut montrer que dans le cas d'un réseau zôné par transmission, avec un taux d'ouverture de 50/50, il n'existe pas d'ordres de diffraction pairs $\pm 2, \pm 4, \ldots$, mais seulement des ordres impairs, $\pm 1, \pm 3, \pm 5, \ldots$ correspondant à des ≪ lentilles ≫ effectives de focales respectives $\pm f, \pm f/3, \pm f/5, \ldots$. Ces ordres de diffraction supérieurs transportent assez peu de lumière, ce qui fait que la seule image nette effectivement observable sur un dépoli, d'un objet à l'infini se trouve au voisinage d'une distance égale à la focale de l'ordre +1, $f = \dfrac{r_1^2}{2\,\lambda}$. À cette image réelle, analogue à celle que donnerait une lentille mince convergente, se superposent donc dans le plan d'observation le faisceau direct de l'ordre 0, les faisceaux défocalisés de l'ordre -1 correspondant à une effet de lentille divergente, plus tous les faisceaux des ordres supérieurs, convergents et divergents.

On aimerait évidemment que la lumière diffractée soit concentrée dans le seul ordre utile c'est à dire +1. Mais ce n'est pas possible avec un simple réseau zôné par transmission formé de zônes alternativement transparentes et opaques. Pour se débarrasser des ordres de diffraction qui parasitent l'image, en particulier l'ordre 0, il faut utiliser une combinaison d'effets de réfraction et de diffraction avec une micro-lentille de Fresnel moulée à stries prismatiques. Laquelle se comportera un peu comme une lentille mince convergente ou divergente selon la forme des microsillons, en ne concentrant la lumière diffractée que dans l'ordre utile.

Il reste un autre inconvénient du réseau zôné de Fresnel, c'est son chromatisme longitudinal ; la focale $f = \frac{r_1^2}{2\,\lambda}$ varie en proportion inverse de la longueur d'onde, ce qui fait que dans le visible entre le bleu à 0,4μm et la limite du rouge visible à 0,7μm, la focale varie dans une proportion de 7/4 = 1,75, une proportion gigantesque en comparaison du chromatisme longitudinal d'une simple lentille bombée en verre ordinaire.

Autrement dit, il est impossible avec un réseau zôné de Fresnel de focaliser un objet multicolore en un seul et même plan, seule l'une des couleurs sera nette, les autres s'ajoutant sous forme d'images défocalisées, avec un défaut bien plus gênant dans l'usage du réseau zôné qu'avec une simple lentille de verre.

Annexe : explication, comme on l'aurait présentée au XIXe siècle, de l'effet de focalisation dans un réseau zôné de Fresnel



$$L - f \simeq \frac{r^2}{2f} = n\,\lambda$$
$$r^2 = 2n\,\lambda f$$
$$r_1 = \sqrt{2\,\lambda f}$$
$$r_n = r_1\sqrt{n}$$

Un certain nombre de phénomènes de diffraction peuvent s'expliquer en considérant l'interférence entre les « rayons normaux » de l'optique géométrique, et des « rayons diffractés » qui repartent un peu dans toutes les directions à partir d'une fine ouverture placée dans l'écran diffractant. Cette approche, qui se contente de ne connaître de la lumière que sa nature vibratoire et sa longueur d'onde, permet de déterminer très simplement ce que doivent être les valeurs des rayons successifs des anneaux concentriques dans un réseau zôné de Fresnel.

On part d'un réseau zôné à centre clair pour simplifier, en quelque sorte on va construire le réseau zôné en ouvrant successivement des fentes annulaires autour du trou central du sténopé.

On considère le rayon central, direct, **OCO'**, passant par le centre du réseau zôné **C**, et le rayon diffracté, **BDO'**, qui s'écarte de la prolongation géométrique, en ligne droite, du chemin initial **BD**. On va chercher à quelle condition l'interférence peut être constructive en **O'**, entre le rayon direct **OCO'** et le rayon diffracté **BDO'**.

Il faut faire une hypothèse très forte, mais qui était connue d'Augustin Fresnel lui-même, qui consiste à accepter que la vibration lumineuse diffractée selon le rayon **DO'** est synchronisée et en phase en **D** avec la vibration du rayon direct en **C**. Ensuite, et sans retard aucun, le rayon diffracté peut repartir dans toutes les directions, parmi toutes ces possibilités, on va prendre en compte le rayon **DO'**. La lumière selon le trajet incliné **DO'**, doit donc parcourir un peu plus de chemin que le rayon direct **CO'**. Le trajet supplémentaire se lit sur la figure en traçant un cercle de centre **O'** et de rayon f = **CO'**. Le trajet supplémentaire, égal à **DO-CO'** = $L - f$, se calcule comme étant l'écart entre une sphère de rayon f et son plan tangent en **C** ; un résultat très classique de géométrie plane nous donne une valeur approchée $L - f \simeq \frac{r^2}{2f}$.

Si le rayon diffracté parcourt un chemin supplémentaire égal à une demi longueur d'onde, ou à un multiple impair de la demi longueur d'onde, l'interférence en **O'** entre le rayon direct **CO'** et le rayon diffacté **DO** sera destructive. En revanche, si cet écart $L - f$ est égal à une longueur d'onde, ou à un nombre entier de longueurs d'onde, alors l'interférence sera constructive.

Le réseau zôné de Fresnel de focale f est donc construit très simplement en maintenant opaque l'écran pour tous les rayons qui vont interférer de façon destructive, et au contraire de centrer une fente annulaire autour du trou central, à une distance r_n du centre **C**, en satisfaisant à la relation :

$$r_n = \sqrt{2n\,\lambda f}$$

$$r_1 = \sqrt{2\,\lambda f}$$

$$f = \frac{r_1^2}{2\,\lambda}$$

$$r_n = r_1\,\sqrt{n}$$

Il est plus délicat d'expliquer pourquoi la même zône de Fresnel se comporte comme une lentille divergente de focale $-f$, mais l'argumentaire est de la même façon basé sur un tracé géométrique de rayons directs et diffractés, et un décompte de trajets supplémentaires des rayons diffractés en termes de nombres entiers de longueurs d'onde.